**Министерство науки и высшего образования Российской**

**Федерации**

**Федеральное государственное автономное**

**образовательное учреждение высшего образования**

**«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет информационных технологий и программирования

Прикладная математика

Лабораторная работа №3

Исследование дискретной цепи Маркова.

**Выполнили студенты группы № M33091**

Фисенко Никита Данилович

Рустамов Марк Самирович

Санкт-Петербург 2023

**Постановка задачи:**

* Придумать эргодическую марковскую цепь, состоящую из 8 состояний (всегда должный быть вероятности перехода из состояния i в состояние i – то есть вероятности остаться в текущем состоянии)
* Записать матрицу переходных состояний и задать вектор состояний, точность и количество шагов.
* Промоделировать марковскую цепь пошагово с двумя разными начальными векторами.
* Решить задачу аналитически и получить вектор.
* Сверить результат моделирования и аналитического решения.

**Цель работы:**

Провести аналитическое и численное исследование цепи Маркова.

**Теория:**

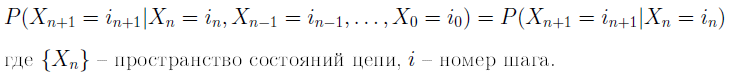
Изображение выглядит как диаграмма, линия, рисунок, зарисовка

Автоматически созданное описаниеМодель Марковского процесса представляет собой граф, где узлы обозначают состояние моделируемого объекта, а дуги – вероятность перехода из одного состояния в другое.

Марковские процессы делятся на два вида:

1. Дискретные цепи Маркова, где система меняет свое состояние в определенные такты времени (Р-схема)
2. Непрерывные цепи Маркова, где система меняет свое состояние в произвольный момент времени (q-схема)

Свойство марковости:

В Марковской сети вероятность события зависит только от текущего состояния сети, т. е.

Тогда вероятность попасть из состояния i в состояние j за m то шагов равно:

Изображение выглядит как Шрифт, диаграмма, линия, число

Автоматически созданное описаниеЭто выражение можно переписать в виде рекуррентной формулы:

т. е. для того, чтобы попасть в состояние Еj, необходимо сначала за m - l шагов попасть в множество состояний Еk, а затем уже из них перейти в состояние Еj.

Цепи Маркова бывают разложимыми, неразложимыми, периодическими и эргодическими.

***Разложимая цепь*** содержит невозвратные (поглощающие) состояния (множества состояний). Из таких вершин не выходит ни одна дуга. В установившемся режиме вероятность пребывания в таком состоянии равна 1. Необходимым условием того, что состояние i является поглощающим является: pi = l

***Неразложимая цепь*** не содержит поглощающих состояний или поглощающих подмножеств узлов. Такие цени описываются сильно связным графом.

***Периодической цепью*** называется такая цепь, последовательность смены состояний которой меняются периодически. В случае периодической цепи все состояний имеют один и тог же период.

***Эргодической*** называется неразложимая и нециклическая марковская система. Для такой системы имеется возможность определить стационарные вероятности (т. е. вероятности событий при времени, стремящимся к бесконечности (или числе шагов моделирования, стремящимся к бесконечности). Вероятности этих состояний не зависят от вероятностей системы в начальный момент

Если цепь является неразложимой и непериодической (эргодической), то для нее существует предельное распределение вероятностей при n → ∞, где n – число шагов моделирования. Т. е.

где j – номер состояния цепи Маркова, πj – вероятность того, что система находится в j-м состоянии, πj не зависит от начального состояния, с которого начинается имитационное π моделирование (финальные вероятности).

**Примечание:**

Код представлен на:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описаниеИсходные данные:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, График

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, алгебра

Автоматически созданное описаниеРезультат:

**Выводы:**

В ходе работы мы познакомились с понятием марковский процесс, изучили его классификации, а также изучили свойство марковости. Кроме того, мы провели аналитическое и численное исследование эргодической цепи Маркова. Как и следовало ожидать, результирующее стационарное состояние не зависит ни от способа решения, ни от начального состояния (при численном решении). Результат получился одинаковый во всех случаях.